

## 6. Übung zur Vorlesung „Rekursionstheorie“ Wintersemester 2009/2010

15.01.2010

---

Abgabe: Donnerstag, den 21.01.2010

### Aufgabe 6.1:

Es seien  $A, B \subseteq \mathbb{N}$  rekursiv aufzählbare Mengen. Finden Sie rekursiv aufzählbare Mengen  $A', B' \subseteq \mathbb{N}$  derart, dass die Bedingungen  $A \cup B = A' \cup B'$  und  $A' \cap B' = \emptyset$  erfüllt sind.

### Aufgabe 6.2:

Es seien  $A, B \subseteq \mathbb{N}$  disjunkte rekursiv aufzählbare Mengen, und es sei  $A' \subseteq \mathbb{N}$  eine rekursive Menge, die der Bedingung  $A \subseteq A' \subseteq A \cup B$  genüge. Dann ist  $A$  ebenfalls rekursiv. Beweisen Sie diese Verallgemeinerung des Satzes von POST.

### Aufgabe 6.3:

Es seien  $A, B \subseteq \mathbb{N}$  mit  $A \cup B = \mathbb{N}$  rekursiv aufzählbare Mengen. Dann gibt es disjunkte rekursive Mengen  $A' \subseteq A$  und  $B' \subseteq B$  mit  $A' \cup B' = \mathbb{N}$ .

### Aufgabe 6.4:

Für die KLEENE-Paarnumerierung  $[x, y] := c(l(x), c(r(x), y))$  gelten die folgenden Beziehungen:

$$\begin{aligned} [c(x, y), z] &= c(x, c(y, z)) \\ [x, y, z] &= c(l(x), c(r(x), y, z)). \end{aligned}$$

Verallgemeinern Sie diese für den Fall von  $m$  Argumenten.