

6. Übung zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik“

Wintersemester 2003/04

18. November 2003

---

Abgabe: Dienstag, den 25. November 2003 vor der Vorlesung

---

Achtung: Alle Lösungen sind zu **begründen** bzw. zu **beweisen**!

**Aufgabe 6.1:** (3 Punkte)

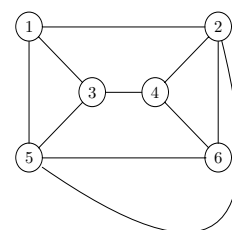
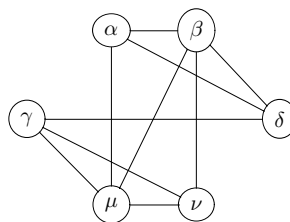
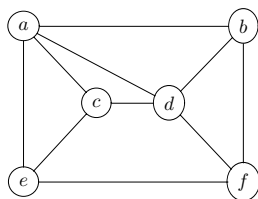
Geben Sie einen unendlichen zusammenhängenden Graphen  $G = (P, B, I)$  ohne Schlingen an, so daß genau ein Knoten  $p \in P$  von ungeradem Grad existiert und alle übrigen Knoten geraden Grad haben.

**Aufgabe 6.2:** (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass in jedem schlichten zusammenhängenden Graphen mit mehr als zwei Knoten je zwei maximale Pfade einen gemeinsamen Knoten enthalten.

**Aufgabe 6.3:** (3 Punkte)

Welche der folgenden Graphen sind isomorph?



**Aufgabe 6.4:** (3 Punkte)

Wieviele nichtisomorphe Graphen mit  $n > 2$  Knoten gibt es, in denen zwischen jedem Paar von Knoten genau zwei Pfade existieren?

Für jede Zahl  $n > 2$  werden die folgenden ungerichteten Graphen mit der Knotenmenge  $V_n = \{p_1, \dots, p_n\}$  definiert:

- der *Pfad*  $P_n = (V_n, B_n^P, I)$  mit  $B_n^P = \{\{p_i, p_{i+1}\} \mid 1 \leq i < n\}$  und  $I = \{(p, b) \mid p \in V_n, b \in B_n^P, p \in b\}$ ,
- der *Kreis*  $C_n = (V_n, B_n^C, I)$  mit  $B_n^C = B_n^P \cup \{\{p_1, p_n\}\}$  und  $I = \{(p, b) \mid p \in V_n, b \in B_n^C, p \in b\}$ ,
- der *vollständige Graph*  $K_n = (V_n, B_n^K, I)$  mit  $B_n^K = \binom{V_n}{2}$  und  $I = \{(p, b) \mid p \in V_n, b \in B_n^K, p \in b\}$ .

---

Selbsttestaufgaben (ohne Bewertung)

### Selbsttest-Aufgabe S6.1:

- Wieviele Kanten hat der  $K_7$ ?
- Was ist die größte Zahl  $n$ , für die  $K_n$  ein Teilgraph des  $C_5$  ist?
- Was ist die größte Zahl  $n$ , für die  $C_n$  ein Teilgraph des  $K_5$  ist?

### Selbsttest-Aufgabe S6.2:

Für welche Zahlen  $n$  existiert ein Eulerkreis im  $K_n$ ?

### Selbsttest-Aufgabe S6.3:

- Wieviele Kanten muß ein zusammenhängender Graph mit  $n$  Knoten mindestens haben?
- Wieviele Kanten kann ein nicht zusammenhängender schlichter schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten höchstens haben?

### Selbsttest-Aufgabe S6.4:

Wieviele paarweise nichtisomorphe ungerichtete schlichte Graphen gibt es mit 4, 5 und 6 Ecken?

---

### Literaturhinweise

*Jirí Sedláček*: Einführung in die Graphentheorie (Teubner 1968)

*Lutz Volkmann*: Fundamente der Graphentheorie (Springer 1996)

Eine elektronische Ausgabe des Buches

*Reinhard Diestel*: Graphentheorie (Springer 1996)

finden Sie unter <http://www.math.uni-hamburg.de/home/diestel/books/graphentheorie/download.html>

---

Die Folien und weitere Hinweise zur Vorlesung finden Sie online unter

<http://nirvana.informatik.uni-halle.de/~theo/Grundl/grundl.html>.

Die Übungsaufgaben finden Sie unter

<http://nirvana.informatik.uni-halle.de/~theo/Grundl/uebungen.html>.

Email: {staiger, schwarzs}@informatik.uni-halle.de