

Institut für Informatik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Prof. Dr. L. Staiger
Dipl.-Math. S. Schwarz

D-06120 HALLE (Saale)
Von-Seckendorff-Platz 1
Tel. 0345/55 24714
Tel. 0345/55 24715

3. Übung zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik“
Wintersemester 2003/04 28. Oktober 2003

Abgabe: Dienstag, den 4. November 2003 vor der Vorlesung

Aufgabe 3.1: (4 Punkte)

Beweisen Sie: $(k+1) \binom{n+1}{k+1} = (n+1) \binom{n}{k}$

Aufgabe 3.2: (4 Punkte)

Beweisen Sie: $\sum_{i=0}^n \binom{i}{k} = \binom{n+1}{k+1}$

Aufgabe 3.3: (4 Punkte)

Es seien P_1, P_2, P_3, P_4 und P_5 fünf Punkte im Inneren eines Quadrates mit der Seitenlänge 1. Zeigen Sie, daß man unter diesen Punkten immer zwei auswählen kann, deren Abstand zueinander höchstens $\frac{\sqrt{2}}{2}$ beträgt.

Aufgabe 3.4: (4 Punkte)

Es sei $M \subseteq \{1, 2, \dots, 100\}$ eine Menge von 10 natürlichen Zahlen. Zeigen Sie, daß M zwei Teilmengen $M_1 \subseteq M$ und $M_2 \subseteq M$ enthält, für welche die Summen über alle ihre Elemente gleich sind.

Selbsttestaufgaben (ohne Bewertung)

Selbsttest-Aufgabe S3.1:

Beweisen Sie:
$$\binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} \binom{n-m}{k-m}$$

Selbsttest-Aufgabe S3.2:

- (a) Zeigen Sie, daß von 8 Personen wenigstens zwei in diesem Jahr am selben Wochentag Geburtstag haben!
- (b) Wieviele Personen muß eine Gruppe mindestens enthalten, so daß es in ihr zwei Personen gibt, für die der Anfangsbuchstabe des Wochentages übereinstimmt, auf den ihr Geburtstag in diesem Jahr fällt.
- (c) Wieviele Personen müssen mindestens in der Gruppe sein, so daß wenigstens zwei von ihnen im Februar Geburtstag haben?

Selbsttest-Aufgabe S3.3:

An einem runden Tisch mit 15 Sesseln stehen 15 verschiedene Namensschilder. Die Gäste bemerkten diese Schilder aber nicht und jeder setzt sich zunächst vor ein falsches Schild. Zeigen Sie, daß man nun den Tisch so drehen kann, daß wenigstens zwei Gäste vor ihrem richtigen Namensschild sitzen.

Selbsttest-Aufgabe S3.4:

Auf einer Party sind $n \geq 2$ Leute. Zeigen sie, daß am Ende der Party mindestens zwei von ihnen mit der gleichen Anzahl von Anwesenden gesprochen haben. (Selbstgespräche wurden nicht geführt.)

Die Übungsaufgaben finden Sie auch online unter
<http://nirvana.informatik.uni-halle.de/~theo/Grundl/uebungen.html>
Email: {staiger,schwarzs}@informatik.uni-halle.de