

2. Übung zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik“
Wintersemester 2003/04 21. Oktober 2003

Abgabe: Dienstag, den 28. Oktober 2003 in der Vorlesung

Aufgabe 2.1:

Beweisen Sie:

(a) $(k+1) \binom{n}{k+1} = (n-k) \binom{n}{k}$ (2 Punkte)

(b) $(n-k+1) \binom{n+1}{k} = (n+1) \binom{n}{k}$ (2 Punkte)

Aufgabe 2.2: (4 Punkte)

Beweisen Sie die Unimodalität der Zeilen des Pascalschen Dreiecks:

(a) Für $k < \frac{n-1}{2}$ gilt $\binom{n}{k} < \binom{n}{k+1}$

(b) Für $\frac{n-1}{2} < k < n$ gilt $\binom{n}{k} > \binom{n}{k+1}$

Aufgabe 2.3: (4 Punkte)

Beweisen Sie: $\binom{2n}{2} = 2 \binom{n}{2} + n^2$

Aufgabe 2.4: (4 Punkte)

Es sei $X = \{1, 2, \dots, n\}$. Bestimmen Sie die Anzahl aller Paare (A, B) , so daß A eine beliebige Teilmenge von X und B eine echte Teilmenge von A ist.

Selbsttestaufgaben (ohne Bewertung)

Selbsttest-Aufgabe S2.1:

Ein Zifferschloß hat 4 Ringe zu je 6 Ziffern. Wieviele erfolglose Versuche zum Öffnen des Schlosses sind möglich?

Selbsttest-Aufgabe S2.2:

Wieviele Wörter über dem Alphabet $\{a_1, \dots, a_n\}$ beginnen mit a_1a_2 und enthalten keinen Buchstaben mehrfach?

Selbsttest-Aufgabe S2.3:

Auf einem Bücherbrett stehen 5 deutsche, 4 russische und 8 englische Bücher. Auf wieviele Arten lassen sich die Bücher anordnen, wenn

- (a) jeweils alle Bücher derselben Sprache nebeneinander stehen sollen,
- (b) alle deutschen Bücher nebeneinander stehen sollen?

Selbsttest-Aufgabe S2.4:

Wieviele Möglichkeiten gibt es, mit drei verschiedenfarbigen Würfeln zwei Einsen und eine Sechs zu würfeln?

Selbsttest-Aufgabe S2.5:

Die 6 Seitenflächen eines Würfels sollen rot und grün gefärbt werden. Untersuchen Sie, wieviele wirklich verschieden gefärbte Würfel dieser Art es gibt. Unterteilen Sie dabei nach der Zahl grüngefärbter Seitenflächen.

Die Übungsaufgaben finden Sie auch online unter
<http://nirvana.informatik.uni-halle.de/~theo/Grundl/uebungen.html>
Email: {staiger, schwarzs}@informatik.uni-halle.de