

Institut für Informatik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Prof. Dr. L. Staiger
Dipl.-Math. S. Schwarz

D-06120 HALLE (Saale)
Von-Seckendorff-Platz 1
Tel. 0345/55 24714
Tel. 0345/55 24715

1. Übung zur Vorlesung „Grundlagen der Mathematik“
Wintersemester 2003/04 14. Oktober 2003

Abgabe: Dienstag, den 21. Oktober 2003 in der Vorlesung

Aufgabe 1.1: (4 Punkte)

Beweisen Sie: $\sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1$

Aufgabe 1.2: (4 Punkte)

Beweisen Sie für beliebige Zahlen $a, b \geq 0$: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$

Aufgabe 1.3: (5 Punkte)

Beweisen Sie: $\left(\frac{n+1}{2}\right)^n \geq n! \geq \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{n}{2}}$

Hinweis: Ordnen Sie für den Beweis der ersten Ungleichung die Faktoren in $n!$ auf die folgende Weise

$$1n \cdot 2(n-1) \cdot 3(n-2) \cdot \dots$$

und benutzen Sie die in Aufgabe 1.2 bewiesene Ungleichung.

Unterscheiden Sie dabei die Fälle, daß n gerade bzw. ungerade ist.

Aufgabe 1.4: (3 Punkte)

Wieviele Wörter der Länge n können aus den Buchstaben a und b gebildet werden, in denen a ungerade oft vorkommt?

Selbsttestaufgaben (ohne Bewertung)

Selbsttest-Aufgabe S1.1:

Wieviele verschiedene Wörter kann man durch Permutation

1. der Buchstaben Ihres Vornamens, Familiennamens, ...
2. der Ziffern Ihrer Matrikelnummer, Telefonnummer, ...

bilden?

Selbsttest-Aufgabe S1.2:

Wieviele Würfe sind mit drei Würfeln

1. insgesamt möglich?
2. so möglich, daß alle Würfel verschiedene Augenzahlen zeigen?

Selbsttest-Aufgabe S1.3:

Wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es, drei Zahlen aus der Menge $\{1, \dots, 100\}$ auszuwählen, so daß ihre Summe eine gerade Zahl ist?

Selbsttest-Aufgabe S1.4:

Welches ist die größte Zahl $\binom{n}{k}$, die Sie mit Ihrem Taschenrechner noch exakt berechnen können?

Die Übungsaufgaben finden Sie auch online unter
<http://nirvana.informatik.uni-halle.de/~theo/Grundl/uebungen.html>
Email: {staiger,schwarzs}@informatik.uni-halle.de