Institut für Informatik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Prof. Dr. L. Staiger

D–06120 HALLE (Saale)
von-Seckendorff-Platz 1
Tel. 0345/55 24714

2. Übung zur Vorlesung „Informationstheoretische Problem der Informatik"
Wintersemester 2012/2013 19.10.2012

Abgabe: Donnerstag, den 1.11.2012 in der Vorlesung

Aufgabe 2.1:

Weisen Sie die folgende Behauptung nach:
Die Menge aller Codes $\mathcal{C}(X)$ über dem Alphabet X ist abgeschlossen bezüglich mengentheoretischer Inklusion, Durchschnitt und monotoner Vereinigung, d.h. ist $C_0 \subseteq C_1 \subseteq \ldots$ eine aufsteigende Kette von Codes, so ist auch $\bigcup_{i=0}^{\infty} C_i$ ein Code.
Gilt eine analoge Behauptung auch für die Menge aller Präfix-Codes $\mathcal{C}_{pref}(X)$?

Aufgabe 2.2:

Sind die Mengen $\mathcal{C}(X)$ bzw. $\mathcal{C}_{pref}(X)$ abgeschlossen bezüglich Vereinigung?

Aufgabe 2.3:

Zeigen Sie, dass die Bedingung des Satzes von MCMILLAN nicht hinreichend ist, d.h. geben Sie einen Nichtcode $V \subseteq X^*$ an, welcher für alle BERNOULLI-Maße μ stets $\mu(V) \leq 1$ erfüllt.

Aufgabe 2.4:

Es seien X ein Alphabet mit $|X| = r$ und $\pi : \{1, \ldots, n\} \to [0, 1]$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, wobei wir der Einfachheit halber $\pi(i) \geq \pi(i+1)$ annehmen.
Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung an π für die Existenz eines n-elementigen Präfixcodes $C = \{w_1, \ldots, w_n\} \subseteq X^*$ mit der Eigenschaft

$$\sum_{i=1}^{n} \pi(i) \cdot |w_i| = -\sum_{i=1}^{n} \pi(i) \cdot \log_r \pi(i)$$

an.
Wie sehen die Werte $|w_i|$ aus?

Aufgabe 2.5:

Es sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ eine rekursive (d.h. berechenbare) monoton nicht fallende Funktion mit $\sum_{j=1}^{\infty} r^{-f(j)} \leq 1$. Zeigen Sie, dass der Algorithmus KRAFT bei Eingabe der Folge $(\ell_1, \ell_2, \ldots)$, $\ell_i := f(i)$ einen rekursiven (als Sprache) Präfix-Code erzeugt.