

10. Übung zur Vorlesung „Informationstheoretische Probleme der Informatik“

Sommersemester 2007

07.06.2006

Abgabe: 14.06.2007

Aufgabe 10.1: (4 Punkte)

Zeigen Sie:

- (a) Zu jedem rekursiv aufzählbaren Präfix-Code C existiert ein entscheidbarer Präfix-Code C' derart, dass $\sum_{v \in C} r^{-|v|} = \sum_{v \in C'} r^{-|v|}$.
- (b) Seien $W \subseteq X^*$ rekursiv aufzählbar und $\sum_{w \in W} r^{-|w|} < \infty$. Ist $\sum_{w \in W} r^{-|w|}$ berechenbar, so ist W auch entscheidbar.

Aufgabe 10.2: (4 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Ungleichungen:

$$K(w) - O(1) \leq \text{KP}(w) \leq K(w) + 2 \cdot \log(K(w)) + O(1)$$

Aufgabe 10.3: (4 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der Ungleichung von Kraft, dass unendlich viele $w \in X^*$ mit $\text{KP}(w) \geq |w| + \log_r |w|$ existieren.

Aufgabe 10.4: (6 Punkte)

Es sei $M \subseteq \mathbb{N}$ eine rekursiv aufzählbare Menge. Zeigen Sie, dass die durch

$$\psi(w) := \begin{cases} 0 & , \text{ falls } (w = 0^n 1 \wedge n \in M) \vee w = 0^n 10 \\ \text{n. def.} & , \text{ anderenfalls} \end{cases}$$

definierte Funktion $\psi : \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ partiell-rekursiv ist, während die durch

$$\psi'(w) := \begin{cases} 0 & , \text{ falls } (w = 0^n 1 \wedge n \in M) \vee (w = 0^n 10 \wedge n \notin M) \\ \text{n. def.} & , \text{ anderenfalls} \end{cases}$$

definierte Funktion genau dann partiell-rekursiv ist, wenn M rekursiv ist.