

8. Übung zur Vorlesung „Informationstheoretische Probleme der Informatik“

Sommersemester 2007

24.05.2006

Abgabe: 31.07.2007

Wir definieren für eine partiell-rekursive Dekompressionsfunktion $\varphi: X^* \times X^* \rightarrow X^*$ die Komplexität von w bei gegebener Länge als $\text{Kl}_\varphi(w) := K_\varphi(w / \text{string}_r(|w|))$.

Aufgabe 8.1: (4 Punkte)

- (a) Geben Sie eine unendliche Folge von Wörtern beschränkter Kl_φ -Komplexität an.
- (b) Zeigen Sie, dass es zu jedem $\ell \in \mathbb{N}$ ein Wort w der Länge ℓ mit $\text{Kl}_\varphi(w) \geq \ell$ gibt.

Aufgabe 8.2: (4 Punkte)

Zeigen Sie

$$K(wv) - c \leq K(w, v) \leq K(wv) + c + 2 \cdot \min\{\log_r |w|, \log_r |v|\}.$$

Aufgabe 8.3: (5 Punkte)

Zeigen Sie, daß für alle $n \in \mathbb{N}$ ein n' und ein n'' aus dem Intervall $[n - \sqrt{n}, n + \sqrt{n}]$ existieren, so daß

$$K'(n') \geq \frac{\log_r n}{2} - c, \quad K'(n'') \leq \frac{\log_r n}{2} + c$$

gilt, wobei c eine geeignete, von n unabhängige Konstante ist.

Aufgabe 8.4: (3 Punkte)

Beweisen Sie, dass sich Satz 4.4 der Vorlesung wie folgt auf die bedingte Komplexität übertragen läßt:

Sei $v \in X^*$ fest gewählt. Die Funktion $g: X^* \rightarrow \mathbb{N}$ mit $g(w) := K(w/v)$ stimmt mit keiner partiell-rekursiven Funktion $\psi: X^* \rightarrow \mathbb{N}$ mit unendlichem Definitionsbereich $\text{dom}(\psi)$ auf $\text{dom}(\psi)$ überein.