

7. Übung zur Vorlesung „Informationstheoretische Probleme der Informatik“

Sommersemester 2007

18.05.2006

Abgabe: 24.05.2007

Aufgabe 7.1: (4 Punkte)

Weisen Sie die Gültigkeit der folgenden beiden Ungleichungen nach:

$$\begin{aligned}\exists c \forall w \forall v (K(w) &\leq 2 \cdot K(v) + K(w/v) + c) \\ \exists c \forall w \forall v (K(w) &\leq K(v) + 2 \cdot K(w/v) + c)\end{aligned}$$

Aufgabe 7.2: (5 Punkte)

Es sei $c \in \mathbb{N}$, w ein Wort mit $K(w) \geq |w| - c$, v ein Infix von w .

- Zeigen Sie, daß es eine (von w unabhängige) Konstante d gibt mit $K(v) \geq |v| - 4 \log_r(|w|) - d$.
- Kann man auch $K(v) \geq |v| - d$ zeigen, d.h. folgt aus der Nichtkomprimierbarkeit eines Wortes auch die Nichtkomprimierbarkeit seiner Infixe?

Aufgabe 7.3: (3 Punkte)

Zeigen Sie, daß es unendlich viele Wörter $w \in X^*$ gibt, für die ein Präfix w' mit $K(w') > K(w)$ existiert.

Aufgabe 7.4: (4 Punkte)

Jedes Wort $w \in X^*$ besitzt ein Präfix w' mit $|w'| \geq \lfloor |w|/r \rfloor$ und $K(w') \leq |w'| - \log_r |w'| + c$, wobei c eine geeignete, von w unabhängige Konstante ist.

Hinweis: Es sei v das längste Präfix mit $|v| + \text{num}(v) \leq |w|$. Man betrachte nun das Präfix der Länge $|v| + \text{num}(v)$. Dabei ist $\text{num} : X^* \rightarrow \mathbb{N}$ die Umkehrfunktion von string aus der Vorlesung.