Institut für Informatik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Prof. Dr. L. Staiger
Dipl.-Inform. J. Mielke

D–06120 Halle (Saale)
Von-Seckendorff-Platz 1
Tel. 0345/55 24714
Tel. 0345/55 24715

3. Übung zur Vorlesung „Informationstheoretische Probleme der Informatik“

Sommersemester 2007 19.04.2006

Abgabe: 26.04.2007

Aufgabe 3.1: (4 Punkte)

Stellen Sie fest, ob es unendliche ternäre Codes (d.h. über einem dreielementigen Alphabet) mit

(a) je 2^n Wörtern der Länge n für $n \geq 2$,

(b) je 2^{n-1} Wörtern der Länge n für $n \geq 1$ gibt.

Aufgabe 3.2: (5 Punkte)

Weisen Sie die folgende Behauptung nach: Die Menge aller Codes $\mathcal{C}$ über dem Alphabet X ist abgeschlossen bezüglich mengentheoretischer Inklusion, Durchschnitt und monotoner Vereinigung, d.h. ist $C_0 \subseteq C_1 \subseteq \ldots$ eine aufsteigende Kette von Codes, so ist auch $\bigcup_{i=0}^{\infty} C_i$ ein Code.
Gilt eine analoge Behauptung auch für die Menge aller Präfix-Codes $\mathcal{C}_{pref}$?

Aufgabe 3.3: (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Bedingung des Satzes von MacMillan nicht hinreichend ist, also: Ist $\mu(C) \leq 1$ für jedes Bernoulli-Maß μ, so ist C nicht notwendigerweise ein Code.

Aufgabe 3.4: (4 Punkte)

Zeigen Sie, daß ein endlicher Präfix-Code $C = \{w_1, \ldots, w_n\} \subseteq X^* \setminus \{e\}$ genau dann maximal ist, wenn die Beziehung

$$\sum_{i=1}^{n} |X|^{-|w_i|} = 1$$

erfüllt ist.

Aufgabe 3.5: (4 Punkte)

Zeigen Sie: Jeder endliche Präfixcode $C \subseteq X^*$ ist in einem maximalen endlichen Präfixcode $\hat{C} \subseteq X^*$ enthalten.