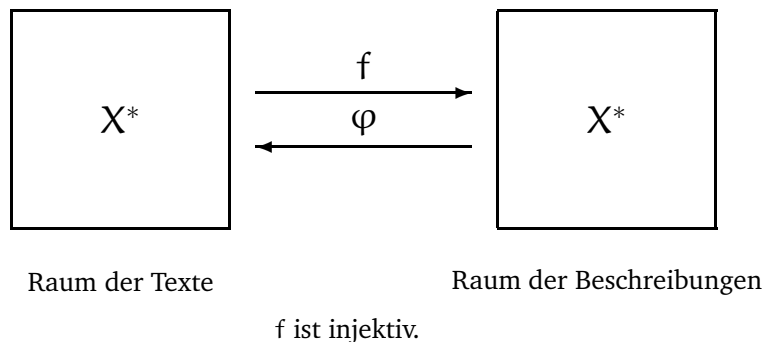


3 Ein allgemeines Modell der Datenkompression

Text $w \in X^*$ Beschreibung (oder Programm) $\pi \in X^*$ 

Ludwig Staiger

Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

Lemma 3.1 Die Funktion f ist genau dann berechenbar, wenn k_f berechenbar ist.

Wir führen auf der Menge aller Funktionen $g: X^* \rightarrow \mathbb{N}$ (bzw. $X^* \rightarrow X^*$) die folgende Relation ein:

$$h \preceq g : \iff \exists c(c \in \mathbb{N} \wedge \forall w(w \in X^* \rightarrow |h(w)| \leq |g(w)| + c)) .$$

Folgerung 3.2 Die Relation $\preceq$ ist reflexiv und transitiv, aber nicht antisymmetrisch.

Eine Funktion h heißt *optimal* bezüglich einer Klasse $\mathcal{K}$ von Funktionen, falls $\forall g(g \in \mathcal{K} \rightarrow h \preceq g)$.

Satz 3.3 In der Klasse $\mathcal{K}_{\text{rek}}$ aller eindeutigen rekursiven (Kompressions-)Funktionen $f: X^* \rightarrow X^*$ gibt es keine optimalen Funktionen.

Ludwig Staiger

Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

Definition 3.1 Wir nennen eine injektive Funktion $f: X^* \rightarrow X^*$ *Kompressionsfunktion*.

Eine partielle Funktion $\varphi \subseteq X^* \rightarrow X^*$ heißt *Dekompressionsfunktion* für f , falls $\forall w(w \in X^* \rightarrow \varphi(f(w)) = w)$.

Definition 3.2 Die Funktion $k_f: X^* \rightarrow \mathbb{N}$ mit $k_f(w) := |f(w)|$ heißt (Beschreibungs-)Komplexität von w bezüglich f .

Analog heißt $K_\varphi: X^* \rightarrow \mathbb{N} \cup \{\infty\}$ mit

$$K_\varphi(w) := \inf\{|\pi| : \pi \in X^* \wedge \varphi(\pi) = w\}$$

(Beschreibungs-)Komplexität von w bezüglich φ .

Ludwig Staiger

Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg